

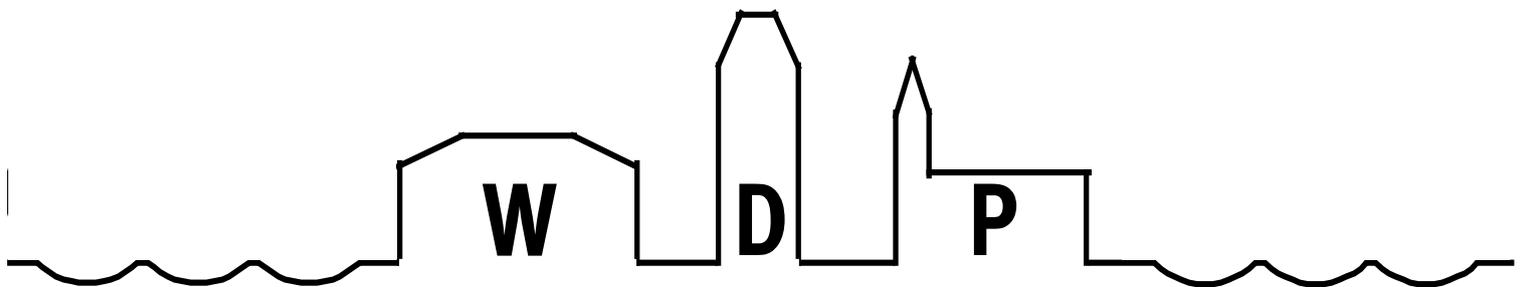


Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Wismar Business School

Harald Mumm

**Ermittlung der kürzesten Fahrstrecke für das
Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern bei
großer Ortsanzahl**

Heft 01/2021



Wismarer Diskussionspapiere / Wismar Discussion Papers

Die Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der Hochschule Wismar, University of Applied Sciences – Technology, Business and Design bietet die Präsenzstudiengänge Betriebswirtschaft, Wirtschaftsinformatik und Wirtschaftsrecht sowie die Fernstudiengänge Betriebswirtschaft, Business Consulting, Business Systems, Facility Management, Quality Management, Sales and Marketing und Wirtschaftsinformatik an. Gegenstand der Ausbildung sind die verschiedenen Aspekte des Wirtschaftens in der Unternehmung, der modernen Verwaltungstätigkeit, der Verbindung von angewandter Informatik und Wirtschaftswissenschaften sowie des Rechts im Bereich der Wirtschaft. Nähere Informationen zu Studienangebot, Forschung und Ansprechpartnern finden Sie auf unserer Homepage im World Wide Web (WWW): <https://www.fww.hs-wismar.de/>. Die Wismarer Diskussionspapiere/Wismar Discussion Papers sind urheberrechtlich geschützt. Eine Vervielfältigung ganz oder in Teilen, ihre Speicherung sowie jede Form der Weiterverbreitung bedürfen der vorherigen Genehmigung durch den Herausgeber oder die Autoren.

Herausgeber: Prof. Dr. Hans-Eggert Reimers
Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Hochschule Wismar
University of Applied Sciences – Technology, Business and Design
Philipp-Müller-Straße
Postfach 12 10
D – 23966 Wismar
Telefon: ++49/(0)3841/753 7601
Fax: ++49/(0)3841/753 7131
E-Mail: hans-eggert.reimers@hs-wismar.de

Vertrieb: Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Hochschule Wismar
Postfach 12 10
23952 Wismar
Telefon: ++49/(0)3841/753-7468
Fax: ++49/(0) 3841/753-7131
E-Mail: Silvia.Kaetelhoen@hs-wismar.de
Homepage: <https://www.fww.hs-wismar.de/>

ISSN 1612-0884

ISBN 978-3-948862-07-7

JEL- Klassifikation: C61

Alle Rechte vorbehalten.

© Hochschule Wismar, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, 2021.

Printed in Germany

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Grundbegriffe und Annahmen	5
3	Die Methode	6
4	Exemplarisches Vorgehen bei 1000 Orten	7
5	Berechnungsergebniss im Detail	8
6	Resultatsermittlung- und -bewertung	13
	Literaturverzeichnis	14
	Autorenangaben	14

1 Einleitung

Das in [Mu2020/1] beschriebene Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern konnte ebenda für nur relativ wenige Orte (bis 150) optimal gelöst werden. Die dort gewählte Methode bestand aus drei Schritten:

Schritt 1: Ermittlung aller Zeitfenster- und kapazitiv-möglichen effektiven Pfade vom Depot zu den Kunden (Orten) und zurück,

Schritt 2: Bestimmung der minimalen Touranzahl mit einer ganzzahligen Anfangslösung (Abk. ZF0-Problemtyp) für den Schritt 3 sowie

Schritt 3: Bestimmung des kostengünstigsten Tourenplans (bzgl. der Länge des zurückgelegten Weges) für die Touranzahl aus Schritt 2 (Abk. ZF1-Problemtyp) .

In [Mu2020/2] wurde wegen der kleinen Orstanzahl von 150 ein neuartiger Zugang für den Teil-Problemtyp 'ZF0' dargestellt. Der Gegenstand dieser Arbeit ist ein abweichendes, gegenüber [Mu2020/1], Vorgehen für den Teil-Problemtyp 'ZF1'. Wir verzichten auf die Dekomposition des ZF1-Problems und lösen es mit dem Solver CPLEX (siehe [CPLEX1210]) als Ganzes, d. h. wir verzichten auf die Dekomposition. Dadurch kann die Ortsanzahl auf bis zu 500 Orte angehoben werden, wohlgermerkt für eine exakte Lösung des Problems, weil Heuristiken leider den Nachteil haben, dass sie für einige Probleminstanzen recht gute Ergebnisse schnell liefern, gleichwohl für andere Probleminstanzen das Optimum um 100 % verfehlen können.

Die Methode der Dekomposition ist schon 55 Jahre alt und stammt aus einer Zeit, wo man von den heutigen Rechnerleistungen nur träumen konnte. Mittlerweile benötigen moderne LP-Solver, wie CPLEX, selbst für Lineare Programme (Abk. LP) mit Millionen von Variablen nur wenige Minuten. Aus diesem Grunde werden hier alle Pfade, die nach der Variablenfixierung (VF) übrig geblieben sind, zu Variablen eines LPs, das dann mittels CPLEX gelöst wird. Eine Anfangslösung zur Spaltengenerierung, wie in [Mu2020/1] beschrieben, braucht man dann nur noch für die Bestimmung der Dualpreise von ZF1-Node0. Viele Heuristiken kennen die minimale Touranzahl gar nicht, sondern minimieren nur die Strecke. Zwar gehört zu jeder Strecke eine Touranzahl, aber die Strecke ist nicht unbedingt minimal bei minimaler Touranzahl. Es kann sein, dass sich die Streckenlänge verringert, wenn man die Touranzahl geringfügig erhöht oder umgekehrt sich die Streckenlänge erhöht, wenn man die Touranzahl verringert.

Die Software JORLIB (siehe [JORLIB2015]) wird für die Methode dieser Arbeit beim Problemtyp 'ZF1' für die Bestimmung der Dualwerte von Node0 eingesetzt, die man kennen muss, um Variablenfixierung (VF) einsetzen zu können. Man könnte aber auch die Duallösung des relaxierten LPs aus allen BM-Pfaden verwenden.

Außerdem fungiert JORLIB als Editor zum Zusammenbau des LP-Programmes im CPLEX-Format. Als experimentelles Beispiel wird hier u.a. das G/H-Beispiel r1_2_1.txt verwendet (wie auch schon in [Mu2020/1]), weil es in dieser Arbeit genau wie dort um den Problemtyp ZF1 geht. Die Anregung, uns mit kleineren Bedarfen wie z. B. 50 als im G/H-Benchmark mit 200 zu beschäftigen, stammt dankenswerterweise aus der Praxis von einem namhaften Hersteller von Standardsoftware auf dem Gebiet der Verkehrsplanung.

Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass die Aufgabe der Bestimmung einer minimalen Fahrstrecke bei beliebiger Touranzahl eine andere Aufgabe ist als die hier beschriebene, wenn die minimale Touranzahl vorgegeben ist. Im letzteren Fall kann es vorkommen, dass die Fahrstrecke sich bei weiterer Reduktion der Touranzahl wieder erhöht.

Die Implementierungssprache ist Java in der Version 8, die Entwicklungsumgebung ist Netbeans 8.2 und der LP-Solver ist CPLEX in Version 12.10 (siehe [CPLEX1210]). Die Programmierarbeiten wurden auf einem Desktop TVA-5288 PC mit Intel(R) Core(TM) i9-9900K CPU 3,6 GHz Taktfrequenz und 64 GB RAM unter Windows 10 durchgeführt. Die CPU-Auslastung lag beim CPLEX-Lauf oft nahe 100%, wodurch eine Leistungsaufnahme von 160 Watt erreicht wurde.

2 Grundbegriffe und Annahmen

Es werden in dieser Arbeit maximal 10 Orte je Tour zugelassen, d. h. alle weiteren Ausführungen garantieren nur eine Lösung bei Bedarfen größer als 5 für alle Kunden, was aber nicht bedeutet, dass bei gewissen Beispielen, wo auch wenige Kunden mit einem Bedarf von 1 vorkommen, die Methode dieser Arbeit nicht trotzdem angewendet werden kann.

Die mathematische Formulierung des VRPTW entnehme man [Feillet2010] oder als Zitat [Mu2018]. Die Summe aller Bedarfe wird mit \sum Bedarfe abgekürzt. Die Fahrzeugkapazität q betrage bis auf Widerruf 50. Als Ladequotient LQ wird der Quotient aus \sum Bedarfe und q definiert. Als untere Touranzahlsschranke $UTAS$ wird die kleinste ganze Zahl angesehen, die größer ist als der Ladequotient LQ .

Für das Problem der minimalen Strecke ergeben sich die Tourkosten aus der Summe der euklidischen Abstände der angefahrenen Orte.

Der G/H-Benchmark geht von LKW-Kapazitäten von 200 Einheiten aus. In dieser Arbeit wird mit einer LKW-Kapazität von 50 gearbeitet. Man muss deshalb darauf achten, dass man keine Beispiele mit Bedarfen größer als 50 auswählt, weil dann die hier vorgestellte Methode nicht gilt, idealerweise sind alle Bedarfe zwischen 5 und 49.

Um eine erste Vorstellung von den G/H-Benchmark-Eingabedaten (siehe [Gehring/Homberger]) zu geben, sollen sie hier kurz vorgestellt werden:

Gegeben sind ein Depot und mehrere Orte. Ihre Lage wird durch zweidimensionale Koordinaten in der euklidischen Ebene beschrieben. Die Orte haben einen Bedarf an Gütern in gewissen Mengeneinheiten. Die Lieferung der Bedarfe kann nur innerhalb von Zeitfenstern, gegeben durch das Intervall $[ZFU, ZFO]$, erfolgen. Die Belieferung erfordert nach Ankunft der Fahrzeuge eine gewisse Servicezeit. Sie kann spätestens beim ZFO-Wert beginnen. Die Zeitfensterangaben und Servicezeiten sind hier keine Angaben in Minuten sondern Weglängen mit einem euklidischen Abstandsbegriff. Die Zeitfenstergrenzen 490 und 500 sowie die Servicezeit 10 stehen z. B. für eine Zeit, die das Fahrzeug für den euklidischen Abstand von 490, 500 bzw. 10 mit konstanter Geschwindigkeit benötigt.

Hier nun ein Auszug aus der G/H-Datei r1.2.1.txt für das Depot und drei Orte des G/H-Beispiels r1.2.1.txt zur Kontrolle der Tour LFD 65 in Tabelle 4 Seite 9.

Tabelle 1: Beispiel für Eingabedaten

Lfd	xKoord	yKoord	Bedarf	ZFU	ZFO	Servicezeit
0	70	70	0	0	634	0
...
119	71	70	9	490	500	10
...
132	78	63	19	10	20	10
...
154	86	80	21	384	394	10
...

Mit Hilfe der Eingabedaten kann die Tour Nr. 65 in Tabelle 5 Seite 9 auf ihre Plausibilität hin wie folgt überprüft werden. Die Summe der Bedarfe in den drei Orten beträgt 49, übersteigt also nicht die Ladekapazität von angenommenen 50. Die Reihenfolge Depot, 132, 154, 119 und zurück zum Depot in der Tour Nr. 65 passt auch zu den Zeitfenstern. Die Entfernungen zwischen den Orten betragen:

Depot(0)-132: 10,63

132-154: 18,79

154-119: 18,03

119-Depot(0): 1,0

und die Gesamtstrecke plus Summe dreier Servicezeiten: $48,45 + 30 = 78,45$

stehen nicht im Widerspruch zu den Zeitfenstern. Wartezeiten werden nicht berücksichtigt.

3 Die Methode

Für große Ortsanzahlen (größer als 150) hat sich die reine BranchAndPrice-Methode nicht bewährt, weshalb im Folgenden eine Methode vorgestellt wird, die für die finale Optimierungsrechnung auf die Dekomposition verzichtet. Dadurch konnten Beispiele mit bis zu 500 Orten optimal berechnet werden.

1. Man bestimme alle BM-Pfade mittels Bellman-Moore-Algorithmus (siehe [Mu2020/1]).
2. Mittels Dualpreisabstieg (siehe [Mu2020/2]) wird die minimale Touranzahl und eine Anfangslösung für den ZF1-Problemtyp ermittelt, wobei die Ergebnistouren des Dualpreisabstiegs noch so nachbereitet werden müssen, dass die kürzeste Reihenfolge auftritt.
3. Man bestimme die Dualwerte von Node0 beim ZF1-Problem (= Dualwerte der relaxierten ZF1-Aufgabe) mittels Spaltengenerierung.
4. Mittels Dualwerten aus Schritt 3 berechne man durch Variablenfixierung (VF) eine Teilmenge VF-BM aller BM-Pfade.
5. Die Elemente aus der Menge VF-BM werden als Variablen eines CPLEX-MILPs verwendet. Dazu nutzt man JORLIB als Editor. Da JORLIB nur ein LP im IBM-Format erstellt, muss man die Ganzzahligkeitsforderungen manuell ergänzen.
6. Man löse das CPLEX-MILP mit dem CPLEX-Solver (siehe [CPLEX1210]).

Ein CPLEX-MILP-Programm beinhaltet ein ganzzahliges Optimierungsproblem.

Die Bestimmung aller ressourcentauglichen Pfade (Schritt 1) ist ein Flaschenhals dieser Methode, wie man der folgende Tabelle entnehmen kann. Schon für 200 Orte kann der Hauptspeicher zu klein werden, wenn Bedarfe und Zeitfenster nicht einschränkend genug sind.

Tabelle 2: Rechenzeit von BM-Pfaden an ausgewählten Probleminstanzen

G/H-Beispiel	Anzahl Orte	BM-Pfade	Rechenzeit	Summe Bedarfe
r1.2.1	200	6.337.553	53 Sek.	3513
r1.2.2	200	55.698.151	70 Min. (*)	dito
r1.2.5	200	22.759.174	240 Sek.	dito
c1.2.1	200	4.566.917	34 Sek.	3530
c1.2.2	200	14.202.504	420 Sek.	dito
c1.2.3	200	27.137.779	92 Min. (*)	dito
c1.2.4	200	36.003.758	212 Min. (*)	3530
c1.2.5	200	10.524.203	100 Sek.	3530
c1.6.1	600	90.467.483	45 Min. (*)	11020
rc1.4.1	400	32.764.795	20 Min.	7127
rc1.4.2	400	out of memory	224 Min. (*)	dito
c1.10.1	300	1.232.729	9 Sek.	5360
c1.10.1	400	3.326.713	29 Sek.	7160
c1.10.1	500	7.685.786	87 Sek.	8850

Wenn die Rechenzeit mit einem * gekennzeichnet ist, musste auf einen langsameren PC mit 128 GB RAM und 2,7 GHz Taktfrequenz ausgewichen werden, weil es zu viele BM-Pfade gab.

Eine zentrale Bedeutung in dieser Arbeit spielt die sogenannte Variablenfixierung, bei der man wie folgt vorgeht. Mit allen BM-Pfaden in der Menge B wird der relaxierte (ohne Ganzzahligkeitsforderungen) Node0 von ZF1 berechnet. Der ZF1-Wert hierzu sei R^* . Mittels den Dualwerten von Node0 wird jetzt eine reduzierte Pfadmenge B^* wie folgt ermittelt: Gegeben ist eine beliebige ganzzahlige Lösung gL mit dem ZF1-Wert G . Die reduzierte Pfadmenge B^* ist die Menge der zulässigen Touren, deren Dualwert reduzierter Kostenwert $\leq G - R^*$ ist. Mittels B^* errechnet man erneut Node0 und alle weiteren Sohnknoten aus, bis eine ganzzahlige optimale Lösung gefunden ist, so beschrieben in [Mu2020/1], oder man editiert diese Touren in das Modell und rechnet es direkt mit CPLEX zum ganzzahligen Optimum, so wie in dieser Arbeit.

4 Exemplarisches Vorgehen bei 1000 Orten

Beispiele mit 1000 Orten sind mit den Methoden dieser Arbeit nur mit Beschränkung der Allgemeinheit berechenbar. Im ersten Beispiel werden dazu die 1000 Orte in fünf Gruppen eingeteilt, d. h. es werden de facto fünf ZF0- und fünf ZF1-Probleme gelöst, und im zweiten Beispiel die Bedarfe in den G/H-Daten so abgeändert, dass maximal drei Orte je Tour möglich sind. Dadurch waren vier ZF0-Probleme und ein ZF1-Problem zu lösen. Eine Reduzierung auf drei ZF0-Probleme war möglich. Nun sollen die Lösungen beider Beispiele im Detail vorgestellt werden.

Beispiel/Vorgehen 1

Wenn es zu viele BM-Pfade für alle 1000 Orte als Ganzes gibt, kann man die Orte in Cluster zu ca. 200 Orten aufteilen. Man kann versuchen, wie hier geschehen, die Aufteilung so vorzunehmen, dass die minimale Touranzahl trotzdem erreicht wird, was man daran erkennt, dass die Summe der fünf minimalen Touranzahlen den UTAS-Wert ergibt. Einen Algorithmus für die Clusterbildung gibt es noch nicht.

Die Datei `c1_10_2` mit 1000 Orten und $*Bedarfe = 17940$ und $UTAS = 359$ wurde in Gruppen von Orten mit den Nummern 1 bis 199, 200 bis 399, 400 bis 593, 594 bis 798 und 799 bis 1000 aufgeteilt, d. b. dass fünf ZF1-Probleme zu lösen waren.

Mittels DPA wurden die minimalen Ortsanzahlen von 71, 72, 65, 77 und 74 für die einzelnen Gruppen ermittelt. Damit wurde mit der Summe dieser fünf Werte der UTAS-Wert erreicht.

In den Gruppen wurde dann die Methode dieser Arbeit angewandt, was zu den fünf Fahrstreckenoptima 31547.73, 31394.13, 28241.64, 33193.82 und 31979.94 führte, was insgesamt 156357.26 ergibt.

Beispiel/Vorgehen 2

In der G/H-Beispieldatei `c1_10_2` gibt es ursprünglich nur Bedarfswerte von 10, 20, 30 und 40.

Um die Anzahl der BM-Pfade zu reduzieren, wurden die Bedarfs-Eingabedaten in `c1_10_2` so modifiziert, dass nur maximal drei Orte je Tour vorkommen können. Dazu wurden alle Bedarfe, die bisher kleiner als 13 waren (also 10), auf 13 angehoben und die Bedarfe von größer als 37 (also von 40) auf 37 reduziert, um möglichst wenig Pendeltouren mit nur einem Ort zu berechnen. Dadurch war es möglich, sämtliche 19.338.275 BM-Pfade in ca. 14 Minuten Rechenzeit zu erzeugen. Die Berechnung von Node0 mit allen ca. 19 Mio Pfaden für das ZF1-Problem dauerte ca. 22 Minuten. Der Zielfunktionswert betrug ca. 166096. Für das VF wurde eine obere Schranke von 166300 geschätzt, wodurch 1.671.068 BM-Pfade übrig geblieben sind. Das Lösen des nicht dekomponierten Modells mit CPLEX dauerte bis zu einem GAP von 0,43% ca 48 Minuten.

Für die Berechnung der minimalen Touranzahl wurden die Orte in vier Gruppen von jeweils 250 Orten aufgeteilt. Es ergaben sich die Werte 101 (RZ=240 Sekunden), 101 (RZ=220 Sekunden), 101 (RZ=240 Sekunden) und 103 (RZ=480 Sekunden), was insgesamt 406 Touren ergibt. Eine Aufteilung in 500+500 Orte war wegen Speicherplatzproblemen nicht möglich, aber eine Aufteilung in 500+250+250 Orte, wodurch sich die Gesamtanzahl auf 405 reduziert hätte. Sowohl mit den 4 Lösungen der ZF0-Berechnungen als Anfangslösung als auch mit den 3 Lösungen der ZF0-Berechnungen als Anfangslösung für die ZF1-Berechnung wurden dann die ZF1-Gesamtberechnungen gemäss der Methode dieser Arbeit ermittelt.

Ausblick

Man könnte versuchen, die Anzahl der BM-Pfade durch eine Kostenschranke einzudämmen. Die minimale Touranzahl kann man schrittweise aufsteigend in die ZF1-CPLEX-Datei in die Nebenbedingung zur Touranzahl editieren, wenn man sie nicht exakt mittels Dualpreisabstieg ermitteln kann bzw. will.

5 Berechnungsergebniss im Detail

Im Detail soll die erste Lösung von Tabelle 5, von r1_2.1, vorgestellt werden mit den Parametern: Fahrstrecke=9208,89, US=9146, OS=9230, VF-Pfade: 104909/6337553, Rechenzeit=62 Sek.

Tabelle 3: Touren der ZF1-Lösung von r1_2.1.txt mit 200 Orten

LFD	Kosten	Ort1	Ort2	Ort3	Ort4	Ort5	Ort6	Ladung	Summe
1	99.4	143	0	0	0	0	0	49	49
2	219.53	30	34	98	6	189	102	50	99
3	120.52	80	28	0	0	0	0	49	148
4	165.41	117	5	130	0	0	0	50	198
5	154.48	104	95	74	0	0	0	49	247
6	29.78	105	24	0	0	0	0	50	297
7	53.48	140	59	0	0	0	0	46	343
8	146.43	114	23	47	82	0	0	50	393
9	118.82	176	31	0	0	0	0	50	443
10	148.07	85	191	110	0	0	0	49	492
11	178.13	71	166	33	0	0	0	50	542
12	110.28	13	10	0	0	0	0	50	592
13	179.91	158	131	160	0	0	0	50	642
14	161.03	19	127	77	0	0	0	48	690
15	171.14	93	199	182	107	0	0	50	740
16	104.04	152	32	90	0	0	0	49	789
17	147.57	12	58	22	0	0	0	50	839
18	169.13	178	177	198	0	0	0	50	889
19	135.56	72	109	0	0	0	0	49	938
20	124.49	151	43	0	0	0	0	50	988
21	174.99	120	50	66	11	0	0	50	1038
22	97.82	113	124	0	0	0	0	49	1087
23	190.26	115	171	122	0	0	0	49	1136
24	85.63	111	52	0	0	0	0	50	1186
25	123.79	188	15	129	141	0	0	49	1235
26	84.1	54	164	0	0	0	0	47	1282
27	83.42	7	67	91	0	0	0	50	1332
28	193.51	16	78	0	0	0	0	48	1380
29	90.42	41	75	0	0	0	0	50	1430
30	115.53	38	118	183	0	0	0	49	1479
31	122.46	155	165	169	0	0	0	50	1529
32	118.86	39	37	65	0	0	0	49	1578
33	211.11	26	139	162	0	0	0	50	1628
34	103.92	55	150	137	0	0	0	50	1678
35	124.87	68	25	0	0	0	0	49	1727
36	139.52	44	3	0	0	0	0	48	1775
37	166.75	157	133	195	27	0	0	50	1825
38	108.79	121	192	0	0	0	0	50	1875
39	152.32	168	123	0	0	0	0	50	1925
40	150.81	173	136	159	0	0	0	50	1975
41	177.75	187	170	0	0	0	0	50	2025
42	56.98	196	45	108	0	0	0	50	2075
43	156.16	20	163	100	138	0	0	50	2125
44	112.82	14	79	172	197	0	0	49	2174
45	151.2	147	135	167	70	0	0	50	2224

Die erste Tour beschreibt den Weg vom Depot zum Ort Nr. 143 und zurück zum Depot und liefert dabei 49 Einheiten aus. Die zweite Tour steuert sogar sechs Orte an, deren Nummern und die Reihenfolge wären: 30, 34, 98, 6, 189 und 102, wobei 50 Einheiten ausgeliefert werden.

Tabelle 4: Fortsetzung Pfade der ZF1-Lösung von r1.2.1.txt mit 200 Orten

LFD	Kosten	Ort1	Ort2	Ort3	Ort4	Ort5	Ort6	Ladung	Summe
46	58.06	73	97	0	0	0	0	50	2274
47	98.08	112	88	0	0	0	0	48	2322
48	105.08	106	89	29	0	0	0	50	2372
49	153.85	161	76	53	0	0	0	50	2422
50	193.22	86	49	0	0	0	0	49	2471
51	127.88	146	185	148	0	0	0	50	2521
52	157.68	92	8	42	0	0	0	50	2571
53	142.06	51	126	0	0	0	0	48	2619
54	117.71	63	36	116	0	0	0	50	2669
55	84.74	46	125	0	0	0	0	50	2719
56	106.72	57	84	83	0	0	0	50	2769
57	164.07	48	200	0	0	0	0	50	2819
58	151.03	87	21	156	0	0	0	50	2869
59	135.28	94	96	174	0	0	0	50	2919
60	70.34	149	103	0	0	0	0	49	2968
61	150.71	64	180	61	0	0	0	50	3018
62	83.02	69	134	101	0	0	0	50	3068
63	66.47	175	56	9	0	0	0	47	3115
64	147.31	62	142	128	0	0	0	50	3165
65	48.45	132	154	119	0	0	0	49	3214
66	125.34	60	99	194	0	0	0	50	3264
67	97.87	145	35	181	0	0	0	50	3314
68	167.78	2	17	40	0	0	0	49	3363
69	161.1	4	153	190	0	0	0	50	3413
70	81.71	81	18	0	0	0	0	50	3463
71	182.34	184	193	144	186	179	0	50	3513

Die Spalte 'Summe geladen' dient der Kontrolle der Plausibilität der gefundenen Lösung. Man kann mittels Tabellenkalkulationsprogramm schnell überprüfen, dass die Summe der Bedarfe aller Orte ebenfalls 3513 beträgt (siehe [Gehring/Homberger]).

Es folgt eine grafische Darstellung der Ortslagen und der errechneten Touren von r1_2.1.txt mit 200 Orten. Die gelben Kreise stellen die Ortslagen dar und die Polygone die Touren. Da es sich um ein r-Beispiel handelt, sind die Ortslagen zufällig gewählt worden. Das Depot liegt in der Mitte.

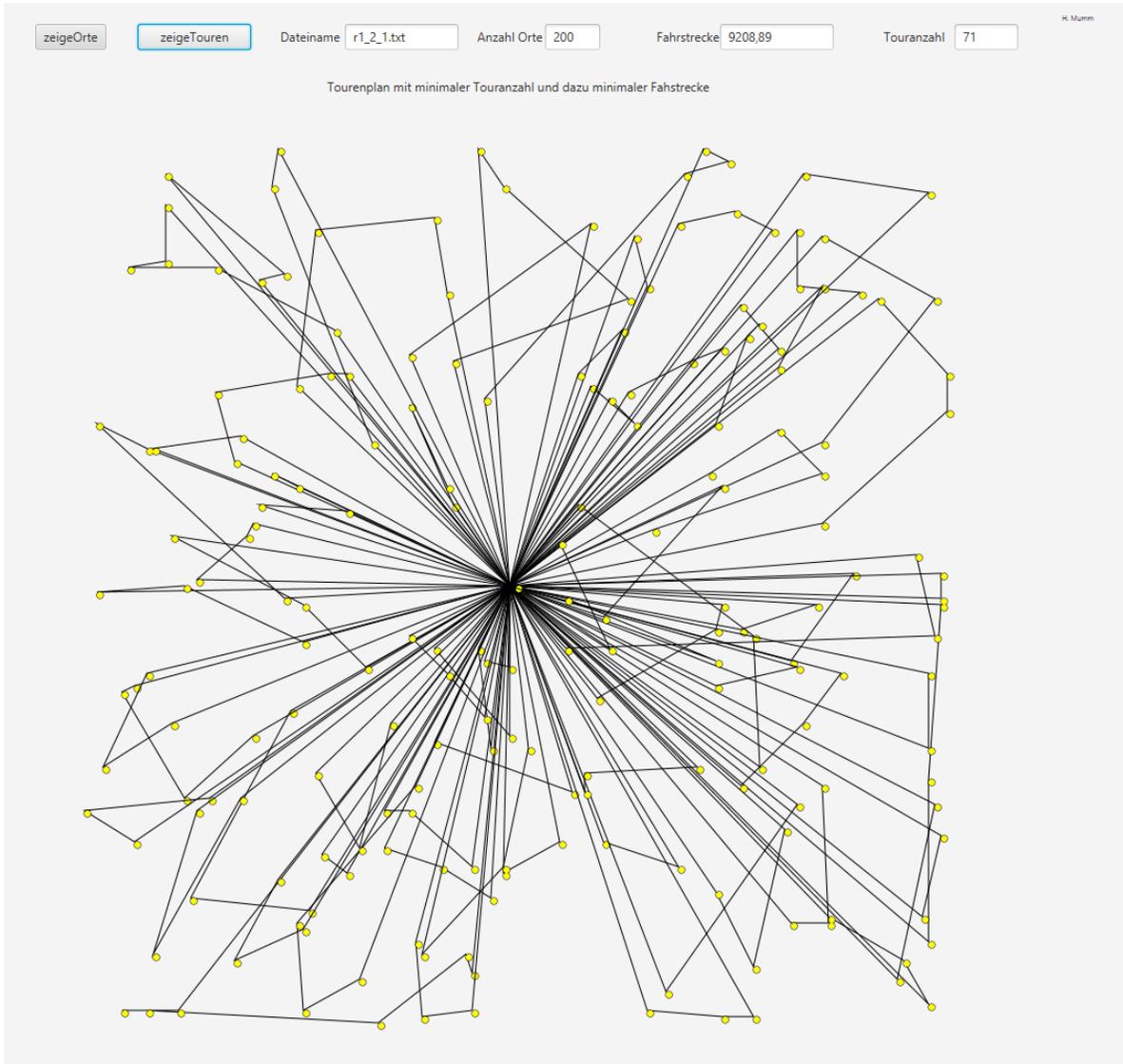


Abbildung 1: Grafische Darstellung der Touren der ZF1-Lösung von r1_2.1, Fahrstrecke 9208,89

Touren in Form einer Acht, die hier vorkommen, werden oft nicht als optimale Touren erwartet. Sie kommen aber durch die Zeitfenster zustande. Die Länge der Fahrstrecke der Stichtlösung (nur Pendeltouren) beträgt 21397,36.

Es folgt eine grafische Darstellung der Ortslagen und der errechneten Touren von c1_10.1.txt mit den ersten 300 Orten. Die gelben Kreise stellen die Ortslagen dar und die Polygone die Touren. Da es sich um ein c-Beispiel handelt, sind die Ortslagen geclustert gewählt worden. Das Depot liegt in der Mitte.

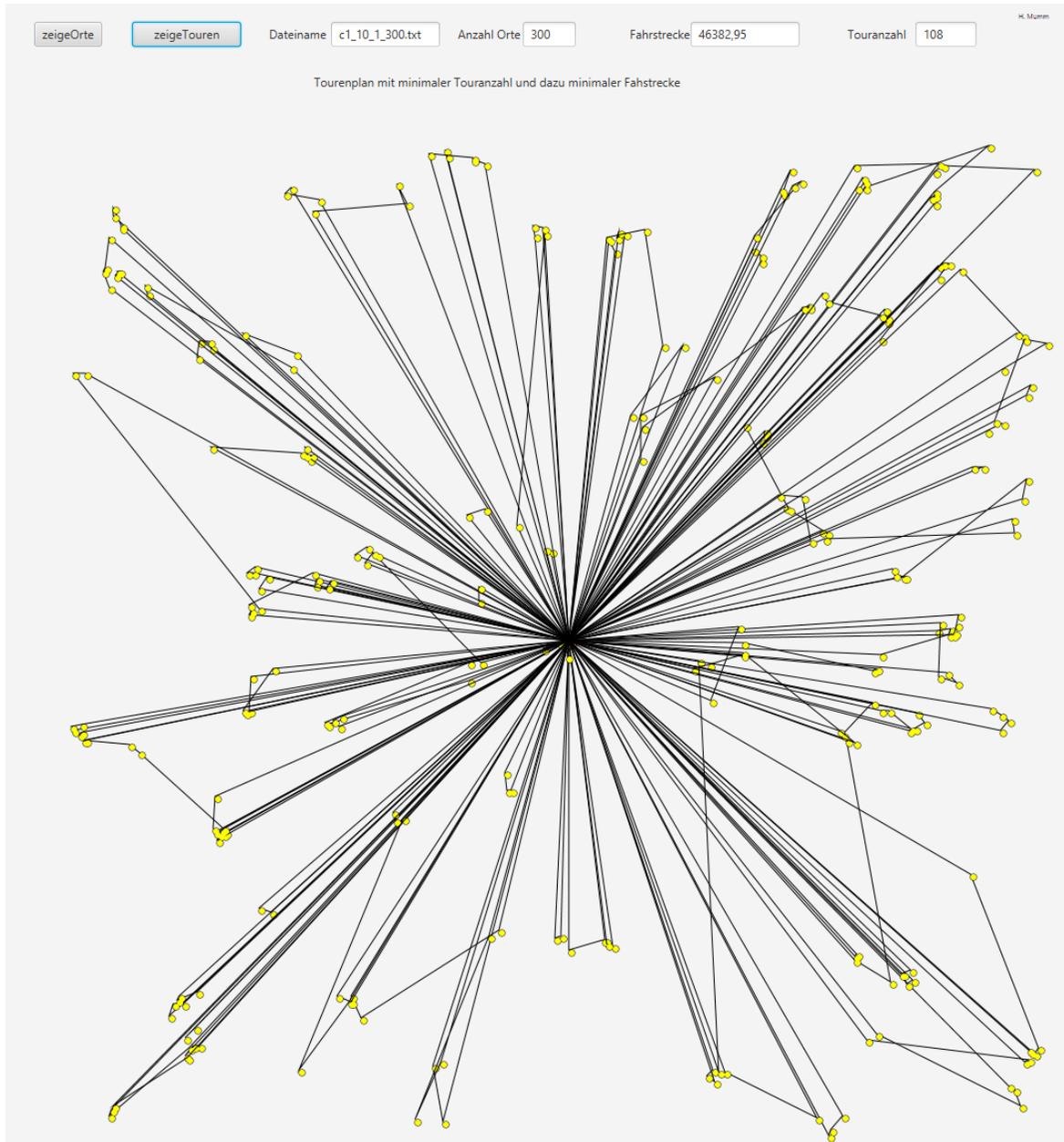


Abbildung 2: Grafische Darstellung der 108 Touren der ZF1-Lösung von c1_10.1.300 mit den ersten 300 Orten, Fahrstrecke 46324,21

Die Länge der Fahrstrecke der Sticlösung (nur Pendeltouren) beträgt hier 121638,02.

Es folgt eine grafische Darstellung der Ortslagen und der errechneten Touren von rc1_4_1.txt mit 400 Orten. Die gelben Kreise stellen die Ortslagen dar und die Polygone die Touren. Da es sich um ein rc-Beispiel handelt, sind die Ortslagen sowohl zufällig als auch geclustert gewählt worden. Das Depot liegt in der Mitte.

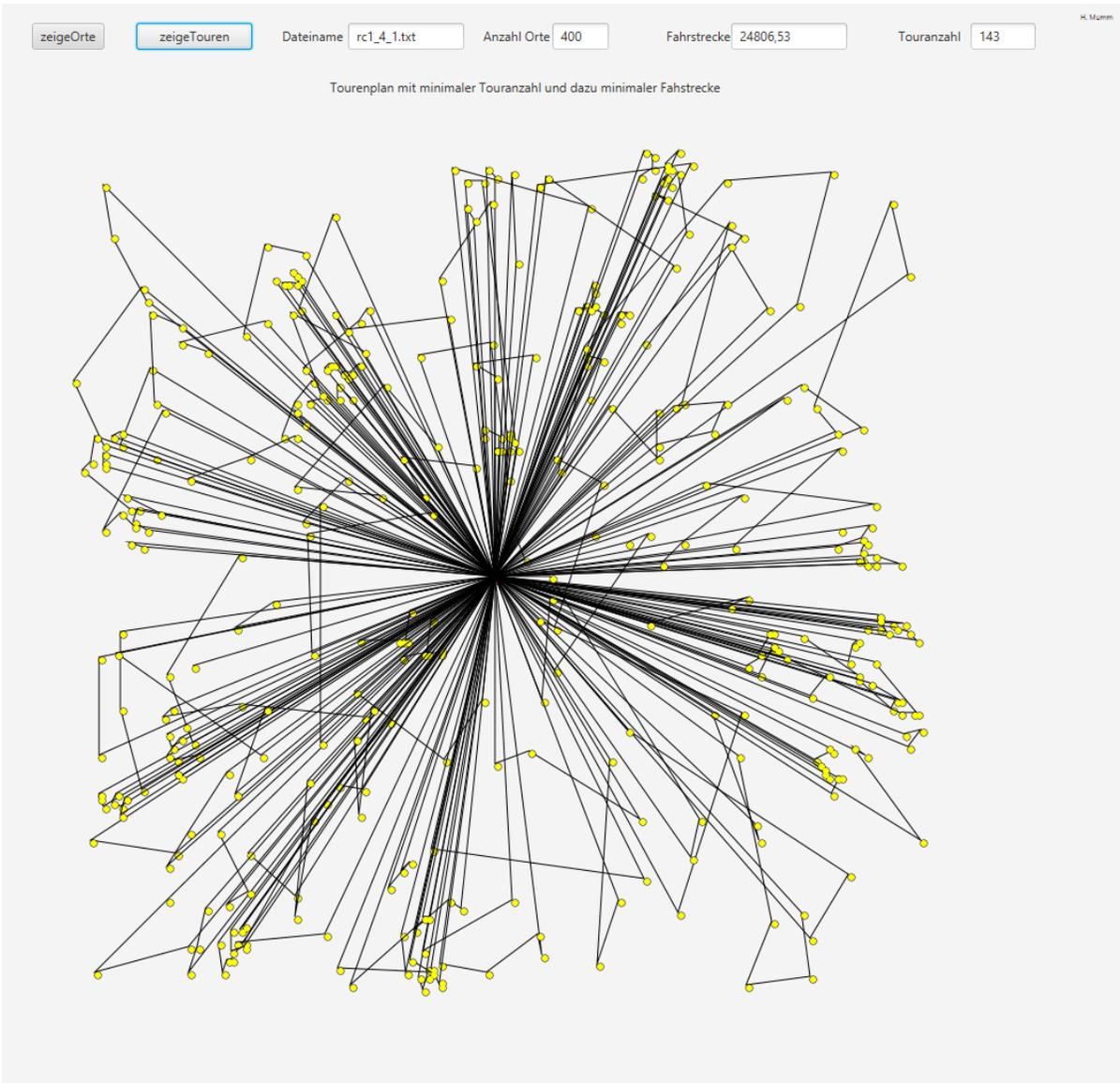


Abbildung 3: Grafische Darstellung der 143 Touren der ZF1-Lösung von rc1_4_1, Fahrstrecke 24806,53

Die Länge der Fahrstrecke der Stichlösung (nur Pendeltouren) beträgt hier 61627,08.

6 Resultatsermittlung- und -bewertung

Die folgenden Beispiele wurden im Rahmen der hier vorgestellten Methode berechnet. Als Verzweigungsstrategie wurde Best-Bound-First gewählt.

Die Zielfunktion beinhaltet die zu minimierende Fahrstrecke bei vorgegebener minimaler Touranzahl. Mit den Abkürzungen OAZ für Ortsanzahl, TAZ für minimale Touranzahl, US für untere Schranke, OS für obere Schranke und VF-Pfade für die Anzahl der Pfade nach der Reduzierung durch die Variablenfixierung ergibt sich die folgende Tabelle:

Tabelle 5: ZF1-Ergebniswerte für ausgewählte Probleminstanzen

G/H-Beispiel	OAZ	TAZ	Fahrstrecke	Rechenzeit	US	OS	VF-Pfade
r1_2.1	200	71	9208.89	62 Sek.	9146	9230	104.909
c1_10.1	300	108	46382,95	1000 Sek.	45842	46100	195.076
rc1_4.1	400	143	24806,53	6733 Sek.	24484	24600	673.468
c1_10.1	500	177	74929,08	3600 Sek.	73756	74000	696.972

Im Zielfunktionswert des Beispiels rc1_4.1 ist eine maximale Abweichung vom Optimum (Abk. GAP) von 0,59% (absolut 147,261) enthalten. Ein kleiner Schönheitsfehler an dieser Lösung ist, dass die Fahrstrecke nach Abzug des GAP mit 24659,269 geringfügig oberhalb des OS-Wertes liegt, ebenso beim Beispiel c1_10.1 mit 300 Orten und einem GAP von 0,16% (=70,09) und beim Beispiel c1_10.1 mit 500 Orten und einem GAP von 0,77% (=577,73). Das liegt an der etwas zu klein gewählten oberen Schranke OS.

Die hier beschriebene Methode steht und fällt mit den Möglichkeiten,

1. alle ressourcentauglichen Pfade vom Depot zu allen Orten und zurück mit maximal 10 Orten je Tour bestimmen und
2. die minimale Touranzahl a priori zu berechnen zu können.

Die Ressourcen sind die LKW-Kapazität und die Zeitfenster. Schon für 200 Orte war das mit dem verwendeten Rechner nicht für alle G/H-Beispiele möglich, weil der Hauptspeicher mit 64 GB RAM noch zu klein war. Allerdings gab es mindestens ein G/H-Beispiel, bei dem alle derartigen Pfade sogar für 500 Orte berechenbar waren. Sind diese Pfade ermittelt, wurde mittels Variablenfixierung(VF) deren Anzahl drastisch reduziert, so dass ein CPLEX-LP das ZF1-Problem lösen konnte, wobei ein geringfügiges GAP unter einem Prozent verbleiben kann, wenn man die Rechenzeit nicht endlos ausdehnen möchte. Im Beispiel mit 400 Orten betrug z. B. die Rechenzeit für das ZF1-Problem 6733 Sekunden bei einem GAP von 0,59%.

Besonders das erste Beispiel r_1.2.1 ist ermutigend, denn mittels kompletter BranchAndPrice-Methode wäre diese kurze Rechenzeit von 62 Sekunden nicht erreichbar gewesen. (Hinzu kommen noch die 53 Sekunden für die Berechnung der BM-Pfade, die RZ für die Berechnung der Dualpreise von Node0 (72 Sekunden) und die Berechnung der minimalen Touranzahl (287 Sekunden, siehe [Mu2020/2] Tabelle 4 S.9), so dass man auf insgesamt ca. 8 Minuten RZ kommt.

Die Berechnung der minimalen Touranzahl wurde mit einem Programm vorgenommen, dass nur maximal drei Orte je Tour zulässt. Es hat sich gezeigt, dass in allen hier ausgewählten Beispielen trotzdem das Minimum der Touranzahl erreicht wurde, weil wegen der beschränkten Ladekapazität von 50 keine weitere Einsparung von Touren mehr möglich war, d. h. der UTAS-Wert erreicht wurde.

Für die Berechenbarkeit der Beispiele ist nicht die Ortsanzahl alleine entscheidend, sondern auch wesentlich die Einschränkungen durch die Verteilung der Kundenbedarfswerte und Zeitfenster. Dadurch ist zu erklären, dass Beispiele mit 500 Orten exakt berechenbar waren, wogegen mit 200 Orten nicht. Für eine online-Berechnung beim Kunden ist auch diese Methode aus Zeitgründen nicht geeignet. Ausserdem wurde herausgefunden, dass Einsparungen kurz vor dem Optimum sehr rechenzeitintensiv waren. Z. B. benötigte bei einem Beispiel mit 500 Orten eine Verbesserung um nur eine Tour auf das Optimum 94% der gesamten Rechenzeit, d. h. hätte man mit einer Tour mehr als das Optimum vorlieb genommen, wären nur 6% der Rechenzeit notwendig gewesen und statt 102 nur 7 Minuten Rechenzeit.

Der Gehring/Homberger-Benchmark geht von bedarfsunabhängigen Servicezeiten aus. Die Methode dieser Arbeit ist darauf aber nicht beschränkt, d. h. man könnte leicht bedarfsabhängige Servicezeiten in den Bellman-Moore-Algorithmus programmtechnisch integrieren.

Literatur

- [CPLEX1210] <https://www.ibm.com/de-de/products/ilog-cplex-optimization-studio>
- [Feillet2010] Dominique Feillet, A tutorial on column generation and branch-and-price for vehicle routing problems, Operations Research 2010, S.407 bis 424
- [Gehring/Homberger] Benchmarkdaten für das VRPTW bei großen Kundenanzahlen, <https://www.sintef.no/projectweb/top/vrptw/homberger-benchmark>
- [JORLIB2015] Java Operations Research Library, <https://github.com/coin-or/jorlib/releases>
- [Mu2018] Harald Mumm, Didaktischer Zugang zur Theorie und Praxis moderner Softwarebibliotheken(Frameworks) für die Unternehmensforschung (OR), Wismarer Diskussionspapiere, Heft 8/ 2018 .
- [Mu2020/1] Harald Mumm, Hybrider Ansatz zur Lösung des Fahrzeugrouten-Problems mit Zeitfenstern bei großen Ortsanzahlen, Wismarer Diskussionspapiere, Heft 2/ 2020 .
- [Mu2020/2] Harald Mumm, Ermittlung der minimalen Touranzahl für das Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern (VRPTW) bei kleiner Fahrzeugkapazität und großer Ortsanzahl, Wismarer Diskussionspapiere, Heft 5/ 2020 .

Autorenangaben

Prof. Dr. rer. nat. Harald Mumm
Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
Hochschule Wismar
Philipp-Müller-Straße 14
Postfach 12 10
D-23966 Wismar
E-mail: harald.mumm@hs-wismar.de

Heuristik für 1000 Orte

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Die Heuristik	5
3	Berechnungsergebnisse für Probleminstanzen mit 1000 Orten	6
4	Grafische Darstellung von berechneten Tourenplänen	7
5	Resultatsermittlung- und -bewertung	9
	Literaturverzeichnis	11
	Autorenangaben	11

1 Einleitung

Die Bemühungen in [Mu2020/1], [Mu2020/2] und [Mu2021/1], das Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern (Abk. VRPTW) für kleine Fahrzeugkapazität (50) und Ortsanzahlen bis 1000 mit einem enumerativen Ansatz zu lösen, waren nur teilweise erfolgreich. Das war zu erwarten, denn das VRPTW ist NP-vollständig. Bei den NP-vollständigen Problemen kennt man kein glattes Aufwandsverhalten. Meist genügen schon winzige Änderungen der Eingabedaten und Parameter, um den Lösungsaufwand mit den herkömmlichen, meist enumerativen Lösungsverfahren, wie das hier verwendete Branch-and-Price, drastisch schwanken zu lassen. Alle für das VRPTW bekannten Lösungsverfahren benötigen im schlimmsten Fall exponentiellen Rechenzeit-Aufwand bereits in n , der Ortsanzahl, also 2 hoch n . Über den durchschnittlichen Rechenaufwand ist theoretisch wenig bekannt, denn es ist zudem unklar, wie die einzelnen Probleminstanzen gewichtet werden sollen. Die drei oben erwähnten Veröffentlichungen dienten hauptsächlich der Veröffentlichung von gemachten Erfahrungen insbesondere für Studierende, um einmal konkrete Auswirkungen von Komplexität vorzeigen zu können. Der Flaschenhals der in [Mu2021/1] vorgestellten enumerativen Methode für das VRPTW ist die Berechnung sämtlicher ressourcentauglichen Pfade, hier nach den Erfindern des Algorithmus zu ihrer Berechnung kurz Bellman-Moore-Pfade oder BM-Pfade genannt.

Bei Probleminstanzen mit 1000 Orten, oder sehr großen Zeitfenstern auch bei weniger Orten, kann es mehr als 100 Mio. derartiger BM-Pfade geben. Das übersteigt die Fähigkeiten der hier verwendeten Hardware sowohl bei der Hauptspeicher-Kapazität als auch bei der Rechengeschwindigkeit. Auch die direkte Berechnung der minimalen Touranzahl gemäß [Mu2020/2] ist für Probleminstanzen mit 1000 Orten und der hier verwendeten Hardware in realistischen Rechenzeiten unmöglich.

In dieser Arbeit wird die Idee verfolgt, für den ZF1-Problemtyp (minimale Fahrstrecke) weitere Ressourcen, wie die Lieferzeit, aufzunehmen, um die BM-Pfadanzahl zu reduzieren. Die Lieferzeit ist diejenige Zeit, die man braucht, um alle Kunden einer Tour anzufahren, jedoch ohne Berücksichtigung des Aufwandes für die Rückfahrt zum Depot.

Die in [Mu2020/1] beschriebene Methode des Variable-Fixing (VF) kommt weiterhin zum Einsatz. Für die endgültige Lösung wird wie in [Mu2021/1] beschrieben, keine Spaltengenerierung sondern die Software CPLEX Version 12.10 (siehe [CPLEX1210]) verwendet.

Für den ZF0-Problemtyp (minimale Touranzahl) wird die in [Mu2020/2] beschriebene Methode des Dualpreisabstiegs verwendet, wobei 1000 Orte in drei Teilmengen aufgeteilt werden. Um die Rechenzeit zu verkürzen, werden bei der Spaltengenerierung Touren mit negativ reduzierten Kosten von kleiner als -0.3 (Erfahrungswert) gesucht anstelle von kleiner Null. Dadurch wird sich die Touranzahl verschlechtern, aber man bekommt eine ganzzahlige Anfangslösung für das BaP-Verfahren für den ZF1-Problemtyp, wobei aber nur das relaxierte ZF1-Problem (ohne Ganzzahligkeitsforderung) mittels Spaltengenerierung gelöst wird. Mit den Dualwerten dieser Lösung kann dann das VF durchgeführt werden, wobei eine obere Schranke für die ganzzahlige Lösung empirisch bestimmt wird. Mit dem Residuum an BM-Pfaden durch das VF wird eine LP-Datei für den CPLEX-Solver erzeugt. Vor dem Lauf des CPLEX-Solvers wird die Touranzahl auf den UTAS-Wert in der Nebenbedingung für die Touranzahl geändert. Ist das Problem dadurch unlösbar, wird dieser Wert schrittweise erhöht. UTAS steht für die untere Touranzahlschranke, die sich durch Division der Summe aller Bedarfe und der Fahrzeugkapazität ergibt. Der stets aufgerundete Quotient ist dann die UTAS.

Für den ZF1-Problemtyp (minimale Fahrstrecke) wird eine Lieferzeit- und Abstandsgrenze eingeführt, deren Werte experimentell ermittelt werden müssen. Kriterium dafür ist, dass auch alle Orte in den BM-Pfaden vorkommen. Für die G/H-Probleminstanzen wurden mit den Werten 350 (Lieferzeit) und 350 (Abstand) dafür gute Resultate erzielt. Für das VF wird ein oberer Grenzwert für eine ganzzahlige Lösung so festgelegt, dass weniger als 1.000.000 BM-Pfade übrig bleiben, damit die CPLEX-Rechenzeit nicht ausufert.

Die Implementierungssprache ist Java in der Version 8, die Entwicklungsumgebung ist Netbeans 8.2 und der LP-Solver ist CPLEX in der Version 12.10 (siehe [CPLEX1210]). Die Programmierarbeiten wurden auf einem Desktop TVA-5288 PC mit Intel(R) Core(TM) i9-9900K CPU 3,6 GHz Taktfrequenz und 64 GB RAM unter Windows 10 durchgeführt.

2 Die Heuristik

Das hier empfohlene, weil ausprobierte, Vorgehen besteht aus fünf Schritten.

1. Die BM-Pfade werden auf Ortsteilmengen, wie z. B. für die Orte 1 bis 500 sowie 501 bis 1000 gebildet und anschliessend zusammengefügt. Zur Erhöhung der Effizienz bei großen Zeitfenstern können zusätzliche Ressourcen, wie Lieferzeit und Abstand eingeführt werden.
2. Die minimale Touranzahl (Problemtyp ZF0) wird ebenfalls auf Ortsteilmengen ermittelt, wie z. B. für die Orte 1 bis 333, 334 bis 666 sowie 667 bis 1000. Zur Erhöhung der Effizienz können nur Touren mit negativ reduzierten Kosten von kleiner als -0.3 beachtet werden.
3. Das relaxierte ZF1-Problem wird mit allen BM-Pfaden aus Schritt 1 gelöst, z. B. mittels Spalten-generierung und der ZF0-Lösung aus Schritt 2 als Anfangslösung.
4. Mit den Dualwerten des relaxierten Problems aus Schritt 3 wird ein Variable-Fixing (VF) durchgeführt und die Anzahl der BM-Pfade drastisch reduziert. Hierbei muss darauf geachtet werden, dass auch alle Orte in den BM-Pfaden vorkommen.
5. Die beim VF übrig gebliebenen BM-Pfade dienen als Variablen in einem CPLEX-MILP. In der Nebenbedingung für die Touranzahl wird die rechte Seite sukzessive mit kleineren Touranzahlen als die im zweiten Schritt ermittelte ausgestattet bis CPLEX 'infeasible' liefert.

Die Empfehlung für die Praxis: Oberhalb der maximalen Entfernung aller Orte zum Depot die Lieferzeitgrenze immer weiter schrittweise hinausschieben bis die Zumutbarkeitsgrenze bei der Rechnerzeit erreicht ist. Das soll an der Probleminstanz r1_2.2 mit über 55 Millionen BM-Pfaden (siehe [Mu2021/1]) demonstriert werden. Der am weitesten vom Depot entfernte Ort hat die Nummer 115. Seine Entfernung vom Depot beträgt 94,75

Es wurde mit den vier Lieferzeitgrenzen 95, 100, 200 und 250 gerechnet. Hier die Ergebnisse im Detail:

Tabelle 1: Berechnungsergebnisse bei unterschiedlichen Lieferzeitgrenzen bei Probleminstanz r1_2.2

LZG	Anzahl Pfade	Fahrstrecke	RZ-BM	RZ-CPLEX
95	40343	9554,17	4 Sek.	32 Sek.
100	55625	9264,25	5 Sek.	41 Sek.
200	3.679.493	9012,65	3 Min.	227 Sek.
250	12.223.422	9012,65	13 Min.	199 Sek.

Für die Lieferzeitgrenze (LZG) von 350 existierten schon über 41 Millionen BM-Pfade, was für die hier verwendete Hardware zu viele waren.

Wenn man nur ca. 4,6 Promille an BM-Pfaden (LZG 100) verwendet, wurde die Lösung nur um 2,8% schlechter als die ZF1-Lösung mit LZG von 250.

Es folgen Beispielrechnungen für Probleminstanzen mit extrem vielen BM-Pfaden (siehe [Mu2021/1]) und einer Lieferzeitgrenze entweder als kleinste ganze Zahl größer als die max. Entfernung vom Depot oder einer größeren.

Tabelle 2: Probleminstanzen mit sehr vielen BM-Pfaden

Instanz	Alle BM-Pfade	max.Entf.	LZG	BM-Pfade	VF-Pfade	Fahrstrecke	TAZ
c1_6.1.txt	90.467.483	192.57	193	1.374.026	483.082	48682,08	221
c1_2.4.txt	36.003.758	96.21	97	277.797	277.797	8532,79	71
rc1_4.2.txt	out-of-memory	132.23	275	7.778.075	685.710	24513,31	143

Man könnte sich fragen, ob Touren zum am weitesten entfernten Ort stets Stichtouren sein müssen? Dem ist aber nicht so, wenn alle Orte nahezu auf derselben Geraden liegen.

Die Tour in der Lösung der Probleminstanz c1_6.1.txt, die den am weitesten entfernten Ort mit der Nummer 462 enthält, lautet: 0,357, 456 462,0 mit einer Gesamtfahrstrecke von 385,3.

3 Berechnungsergebnisse für Probleminstanzen mit 1000 Orten

Ein gutes Maß zur Abschätzung der Berechenbarkeit von G/H-Probleminstanzen auf der Hardware dieser Arbeit ist die Dauer der durchschnittlichen Länge der Zeitfester je Ort. Diese schwankt in den G/H-Probleminstanzen beträchtlich, sie variiert z.B. in der Reihe der r1_10_1 bis r1_10_10 Probleminstanzen zwischen 11 und 1301.

Trotz der Auswahl der Probleminstanz mit engen Zeitfenstern reichen die bisherigen Ressourcen, Ladekapazität des Fahrzeugs und Zeitfenster, bei 1000 Orten nicht aus, weil es zu viele BM-Pfade gibt. Es werden deshalb zwei weitere Ressourcen eingesetzt: Lieferzeit (Pflicht) und optional den Abstand zwischen zwei Orten. Bei den folgenden c- und rc-Probleminstanzen beträgt die maximale Entfernung vom Depot 345,79 und bei den r-Probleminstanz 343,65. Es wird in allen hier betrachteten Probleminstanzen einheitlich mit der Lieferzeitgrenze von 350 gearbeitet.

Tabelle 3: ZF1- Ergebnisse bei G/H- Probleminstanzen mit 1000 Orten und Erreichung des UTAS-Wertes

Instanz	BM-Pfade	DZFL	K. Sticl.	Fahrstrecke	TAZ	BMRZ	CPRZ	GAP
c1_10_1	7.565.900	61	402.788	146.715	359	20 Min.	101 Min.	0,5 %
c1_10_2	8.535.206	430	402.788	149.447	359	51 Min.	78 Min.	0,42%
c1_10_5	14.680225	122	402.788	147.790	359	50 Min.	32 Min.	1,29 %
c1_10_6	19.474.774	161	402.788	146.510	359	80 Min.	87 Min.	0,41%
c1_10_7	21.667.750	182	402.788	148.079	359	87 Min.	68 Min.	1,48%
r1_10_1	8.820.102	12	384.777	155.581	363	68 Min.	68 Min.	1,03%
r1_10_5	14.016.696	32	384.777	155.225	363	120 Min.	63 Min.	1,33%
rc1_10_1	13.977.368	32	395.521	152.701	357	95 Min.	101 Min.	1,47%
rc1_10_6	25.057.594	62	395.521	152.178	357	715 Min	78 Min.	1,29%

In allen ausgewählten Probleminstanzen der Tabelle 3 wurde bei der Touranzahl (TAZ) der UTAS-Wert erreicht. Bei der Probleminstanz rc1_10_6 wurde zusätzlich zur Lieferzeitgrenze noch eine Abstandsgrenze zwischen den Orten einer Tour von 350 verwendet, um die Anzahl der BM-Pfade beherrschbar zu machen.

Bei den nun folgenden Probleminstanzen konnte der UTAS-Wert nicht erreicht werden, wobei die Abweichung aber nie mehr als 2 Touren betrug. Die Ursache sieht der Autor u. a. darin begründet, dass sich einige Instanzen durch viel größere durchschnittliche Zeitfensterlängen (DZFL) auszeichnen. Beträgt dieser Wert bei der Probleminstanz c1_10_1 z. B. lediglich ca. 61, steigt er jetzt bis über 1800 an.

Tabelle 4: Zf1- Ergebnisse bei G/H- Probleminstanzen mit 1000 Orten und Abweichungen vom UTAS-Wert

Instanz	BM-Pfade	DZFL	K. Sticl.	Fahrstrecke	TAZ	BMRZ	CPRZ	GAP
c2_10_1	11.108.988	1037	340416	138.709	385(383)	14 Min.	32 Min.	1.2 %
c2_10_2	15.251.867	1037	340416	138.129	384(383)	112 Min.	14 Min.	0.96 %
r1_10_2	9.571.173	439	340416	157.311	365(363)	97 Min.	76 Min.	1,35 %
r2_10_1	7.526.995	128	384.776	158.698	364(363)	27 Min.	13 Min.	1,25 %
r2_10_2	6.365.693	1862	384.776	158.778	365(363)	Min.	88 Min.	1,73 %
rc1_10_2	10.465.862	428	395.521	154.895	358(357)	89 Min.	15 Min.	1,26 %
rc2_10_1	11.525.394	127	395.521	155.639	358(357)	43 Min	. 143 Min.	1,26 %
rc2_10_2	8.210.178	1867	395.521	154.533	359(357)	55 Min	.34 Min.	1,35 %

Der UTAS-Wert steht in der Spalte 'TAZ' in Tabelle 4 in Klammern.

4 Grafische Darstellung von berechneten Tourenplänen

Es folgt eine grafische Darstellung der Ortslagen und der errechneten Touren von zwei Probleminstanzen mit 1000 Orten. Die gelben Kreise stellen die Ortslagen dar und die Polygone die Touren. Das Depot liegt in der Mitte. Grün gekennzeichnete Ortssymbole (Kreise) stellen den jeweils zuerst angefahrenen Ort in einer Tour dar.

Die Farben wurden wie folgt gewählt:

Rot Stichtouren

Blau Touren mit zwei Ortsanfahrten

Grün Touren mit drei Ortsanfahrten

Braun Touren mit vier Ortsanfahrten]

Cyan Touren mit fünf und mehr Ortsanfahrten

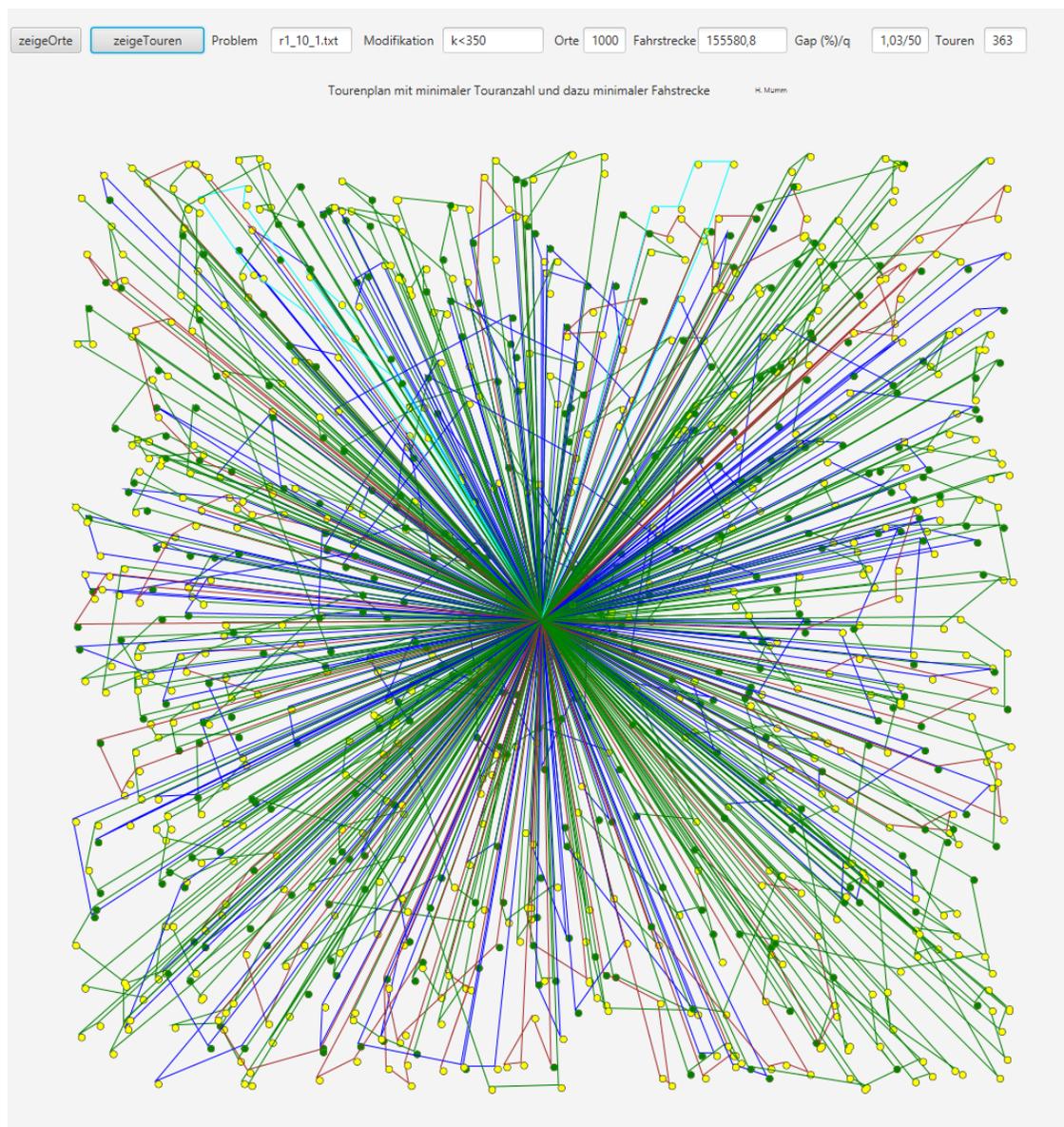


Abbildung 1: Grafische Darstellung der Touren der ZF1-Lösung von r1_10_1, neue Ressource Lieferzeit kleiner als 350

Die folgende Problem Instanz weist gebündelte Ortslagen auf, was auch sehr schön durch die ermittelten Touren widerspiegelt wird.

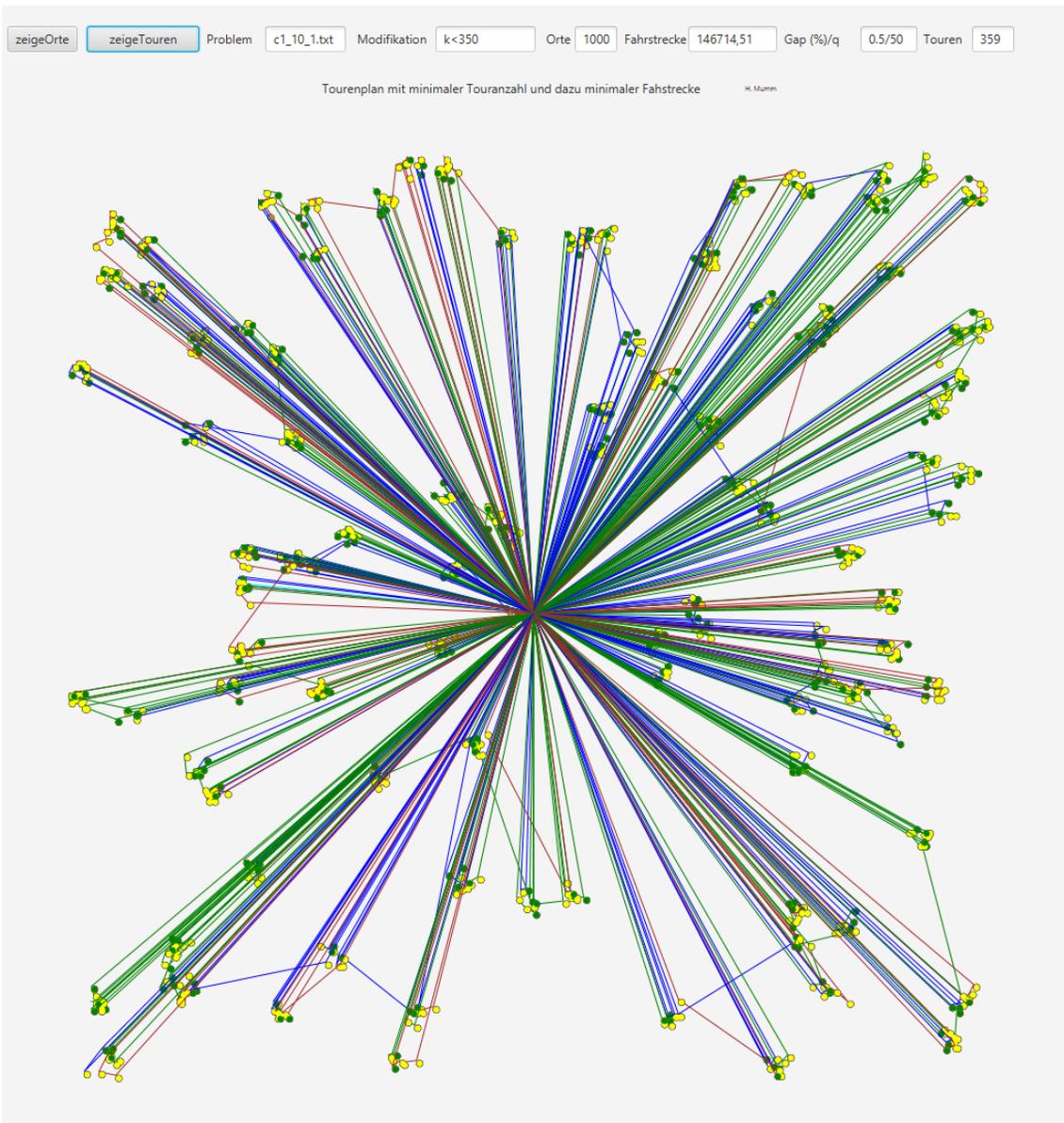


Abbildung 2: Grafische Darstellung der Touren der ZF1-Lösung von c1_10_1, neue Ressource Lieferzeit kleiner als 350

Die Bedeutung der Farben ist die gleiche wie in Abbildung 1.

5 Resultatsermittlung- und -bewertung

Besonders für die G/H-Instanzen mit zufälligen Ortslagen konnten qualitativ hochwertige Ergebnisse erzielt werden mit bis zu 5% weniger Touren als das Ergebnis eines namhaften deutschen Herstellers von Standardsoftware.

Wasser hat seine größte Dichte bei +4 Grad Celsius, d. b. sein kleinstes Volumen je Gewichtseinheit. Bei weiterem Temperaturrückgang verringert sich die Dichte und das Volumen nimmt zu. Ähnlich verhält sich die Fahrstrecke in Abhängigkeit von der Touranzahl. Im ungünstigen Fall, dass nur Stichtouren verwendet werden, ist die Fahrstrecke am längsten. Sie sinkt mit abnehmender Touranzahl bis zu einem kritischen Wert kurz oberhalb der minimalen Touranzahl und steigt danach wieder an bis die minimale Touranzahl erreicht ist. Dies soll an der Problem Instanz rc1_10.6 demonstriert werden.

Tabelle 5: Fahrstrecke in Abhängigkeit der Touranzahl TAZ bei der Problem Instanz rc1_10.6

TAZ	357(UTAS)	360	361	362	363	365
Fahrstrecke	152178,35	151395,81	150570,27	150465,84	150600,76	150659,90
CPLEX-Rechenzeit	6000 Sek.	3000	2500	1600	2110	3761
Lücke	1,29%	1,55	1,01	0,91	1,02	1,03

So erfreulich die näherungsweise Lösung von Problem Instanzen mit 1000 Orten ist, kann das hier vorgestellte Verfahren nicht online genutzt werden. Man braucht eine gewisse Zeit für die Berechnung der großen Problem Instanzen. Wenn bspw. bis Donnerstag die Touren für die nächste Woche zu berechnen wären, kann die Methode funktionieren.

Die hier vorgestellten Lösungen können als Maßstab für die Bewertung von Lösungen verwendet werden, die mittels anderer Verfahren ermittelt wurden. Die Forschungsgemeinschaft ist aufgerufen, mit technischen Hilfsmitteln ähnlichen Niveaus wie in dieser Arbeit beschrieben, bessere Ergebnisse zu erzielen als hier.

Durch die in dieser Arbeit neu hinzugefügte Ressource 'Lieferzeit' wurde der Suchraum eingeschränkt und die ermittelte Fahrstrecke kann dadurch nicht mehr minimal sein.

Wenn bei der Berechnung der BM-Pfade eine Lieferzeit- und Abstandsgrenze nicht ausreichen, um die Rechenzeit beherrschbar zu gestalten, wurden gute Ergebnisse mit folgendem Vorgehen erzielt:

BM(1..1000) ergibt sich aus BM(1..500) vereinigt BM(501..1000), wobei z. B. BM(1..500) für die Menge der effektiven Pfade steht, die es für die Orte Nr. 1 bis 500 gibt.

Exemplarisch soll jetzt an einer Problem Instanz mit 400 Orten die Güte des neuen Verfahrens, Aufteilung der Ortsmenge in zwei Teile für den BM-Algorithmus, untersucht werden. Für die Problem Instanz rc1_4.1 (siehe [Mu2021/1] Tabelle 5) ergaben eine Aufteilung der Orte in zwei Ortsmengen 1..200 und 201..400 eine Tour mehr (statt 143 nun 144) und 3,4% mehr Strecke, statt 24806,53 dann 25674,46.

An dieser Stelle muss bemerkt werden, dass die Ausrichtung einer Methode auf Benchmarkdaten auch Gefahren in sich birgt, denn die Aufteilung der 1000 Orte in zweimal 500 funktioniert nur deshalb mit der Methode dieser Arbeit so gut, weil die G/H-Benchmarkdaten mit gut gestreuten Ortslagen und Bedarfen ausgestattet sind. Es ist nicht schwierig, eine Problem Instanz zu konstruieren, bei der die Touranzahl sehr schlecht wird durch die Aufteilung, wenn z. B. die ersten 500 Orte alle einen Bedarf von 30 haben und die zweiten 500 Orte von 20 und ansonsten Zeitfenster keine Rolle spielen, bräuchte man bei der Lösung mit Aufteilung 750 Touren und ohne Aufteilung nur 500 Touren.

Für Experimente mit kleinen Ladekapazitäten ist der Wert 50 nicht optimal für den G/H-Benchmark, weil 50 dort der größte Bedarfswert ist. Für weitere Arbeiten wird deshalb 51 vorgeschlagen.

Für die Heuristik bedarf es auch menschlicher Intuition, wo Entscheidungen getroffen werden müssen. Eventuell ist eine Vorverarbeitung notwendig, damit die Orte vor der Aufteilung gut durchmischt sind, also alle vorkommenden Bedarfswerte in den Teilmengen gleichverteilt sind. Bei den G/H-Problem Instanzen war es nicht notwendig, weil sie diese Eigenschaft bereits hatten.

Wenn man die Rechenzeiten für die Berechnung aller effektiven Pfade verkürzen will, kann man die 1000 Orte anstelle in zweimal 500 Orte auch in 4 mal 250 Orte aufteilen. Das ZF1-Ergebnis verschlechtert sich dann. Ein Experiment mit der Problem Instanz r1_10.2 ergab bereits beim relaxierten Problem dadurch eine Verschlechterung der Fahrstrecke von 153.844 auf 160.411.

Der Algorithmus 'Dualpreisabstieg' (siehe [Mu2020/2]) zur Berechnung der minimalen Touranzahl geht momentan von maximal drei Orten je Tour aus. Für weitere Arbeiten ist die Ortsanzahl schrittweise zu erhöhen.

Literatur

- [CPLEX1210] <https://www.ibm.com/de-de/products/ilog-cplex-optimization-studio>
- [Gehring/Homberger] Benchmarkdaten für das VRPTW bei großen Kundenanzahlen, <https://www.sintef.no/projectweb/top/vrptw/homberger-benchmark>
- [Mu2020/1] Harald Mumm, Hybrider Ansatz zur Lösung des Fahrzeugrouten-Problems mit Zeitfenstern bei großen Ortsanzahlen, Wismarer DiskussionspaProbleminstanzere, Heft 2/ 2020 .
- [Mu2020/2] Harald Mumm, Ermittlung der minimalen Touranzahl für das Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern (VRPTW) bei kleiner Fahrzeugkapazität und großer Ortsanzahl, Wismarer DiskussionspaProbleminstanzere, Heft 5/ 2020 .
- [Mu2021/1] Harald Mumm, Ermittlung der kürzesten Fahrstrecke für das Fahrzeugroutenproblem mit Zeitfenstern bei großer Ortsanzahl, Wismarer DiskussionspaProbleminstanzere, Heft 1/ 2021 .

Autorenangaben

Prof. Dr. rer. nat. Harald Mumm
Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
Hochschule Wismar
Philipp-Müller-Straße 14
Postfach 12 10
D-23966 Wismar
E-mail: harald.mumm@hs-wismar.de

WDP - Wismarer Diskussionspapiere / Wismar Discussion Papers

- Heft 02/2017: Florian Knebel, Uwe Lämmel: Einsatz von Wiki-Systemen im Wissensmanagement
- Heft 03/2017: Harald Mumm: Atlas optimaler Touren
- Heft 01/2018: Günther Ringle: Verfremdung der Genossenschaften im Nationalsozialismus – Gemeinnutzzvortrag und Führerprinzip
- Heft 02/2018: Sonderheft: Jürgen Cleve, Erhard Alde, Matthias Wißotzki (Hrsg.) WIWITA 2018. 11. Wismarer Wirtschaftsinformatiktag 7. Juni 2018. Proceedings
- Heft 03/2018: Andreas Kneule: Betriebswirtschaftliche Einsatzmöglichkeiten von Cognitive Computing
- Heft 04/2018: Claudia Walden-Bergmann: Nutzen und Nutzung von E-Learning-Angeboten im Präsenzstudium
Analyse von Daten des Moduls Investition
- Heft 05/2018: Sonderheft: Katrin Schmallowsky, Christian Feuerhake, Empirische Studie zum Messeverhalten von kleinen und mittleren Unternehmen in Mecklenburg-Vorpommern
- Heft 06/2018: Dieter Gerdesmeier, Barbara Roffia, Hans-Eggert Reimers: Unravelling the secrets of euro area inflation – a frequency decomposition approach
- Heft 07/2018: Harald Mumm: Didaktischer Zugang zur Theorie und Praxis moderner Softwarebibliotheken (Frameworks) für die Unternehmensforschung (OR)
- Heft 01/2019: Astrid Massow: Deutsche Bank AG und Commerzbank AG – Neubewertung der Unternehmen im Rahmen einer potenziellen Bankenfusion
- Heft 02/2019: Günther Ringle: Das genossenschaftliche Identitätsprinzip: Anspruch und Wirklichkeit

- Heft 01/2020: Luisa Lore Ahlers: Einführung eines Wissensmanagements in kleinen und mittleren Unternehmen am Beispiel der Stadtwerke Wismar GmbH
- Heft 02/2020: Harald Mumm: Didaktischer Zugang zur Theorie und Praxis moderner Softwarebibliotheken (Frameworks) für die Unternehmensforschung (OR)
- Heft 03/2020: Martin Seip: Automatisches Validieren von Melddaten der EU-Bankenaufsicht
- Heft 04/2020: Friederike Diaby-Pentzlin: Deficiencies of International Investment Law – What Chances for “Critical Lawyers“ to Civilize Global Value Chains and/or to Transform the Status Quo of the Economic World Order?
- Heft 06/2020: Alica Weckwert: Umsetzung der Inklusion hörbeeinträchtigter Studierender in deutschen Hochschulen
- Heft 07/2020: Günther Ringle: Perspektiven des genossenschaftlichen Kooperationsmodells
- Heft 08/2020: Tim-Michael Kretzschmar: IT-Betreuung für Berufliche Schulen – Konzeptionierung des Einsatzes digitaler Medien
- Heft 09/2020: Nicki Lukas Erdmann: Der Weg zum Inklusiven Campus: Entwicklung von Handlungsempfehlungen zur nachhaltigen Verbesserung der Barrierefreiheit an Hochschulen in Baden-Württemberg